

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**M-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

**Egzamin maturalny**

**Formuła 2023**

**MATEMATYKA**

**Poziom podstawowy**

Symbol arkusza

**MMAP-P0-100-2505**

DATA: **6 maja 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienie zdającego do  
dostosowania w związku z dyskalkulią.




**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu na właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–31).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczony dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.  
Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane  
na następnych stronach.**

**Zadanie 1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2$  jest równa

A. 16

B. 18

C. 30

D. 34

Brudnopis

$$\begin{aligned} (\sqrt{32} - \sqrt{2})^2 &= (4\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = \\ &= (3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18 \end{aligned}$$

**Zadanie 2. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}}$  jest równa

A. 30

B. 31

C.  $5^{12}$ D.  $5^{27}$ 

Brudnopis

$$\frac{5^{12}(1 + 5 + 25)}{5^{12}} = 31$$



**Zadanie 3. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\log_3 108 - 2\log_3 2$  jest równa

A. 3

B. 9

C.  $\log_3 104$ D.  $2\log_3 54$ 

Brudnopis

$$\log_3 \frac{108}{4} = \log_3 27 = 3$$

**Zadanie 4. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  wartość wyrażenia  $(3x + 2)^2 - (2x - 3)^2$  jest równa wartości wyrażeniaA.  $5x^2 - 5$ B.  $5x^2 + 13$ C.  $5x^2 + 24x - 5$ D.  $5x^2 + 24x - 13$ 

Brudnopis

$$\begin{aligned} & 9x^2 + 12x + 4 - (4x^2 - 12x + 9) = \\ & = 9x^2 + 12x + 4 - 4x^2 + 12x - 9 = \\ & = 5x^2 + 24x - 5 \end{aligned}$$

Strona 5 z 31

MMAP-P0\_100

5.

## Zadanie 5. (0-2)

0-1-2

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby naturalnej  $n$  liczba  $3n^2 + 2n + 7$  jest podzielna przez 4.

$$\begin{aligned}n &= 2k+1, \quad k \in \mathbb{N} \\3(2k+1)^2 + 2(2k+1) + 7 &= \\&= 3(4k^2 + 4k + 1) + 4k + 2 + 7 = \\&= 12k^2 + 12k + 3 + 4k + 9 = \\&= 12k^2 + 16k + 12 = \\&= 4(4k^2 + 4k + 3) \\&\quad \underbrace{\hspace{10em}} \\&\quad \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

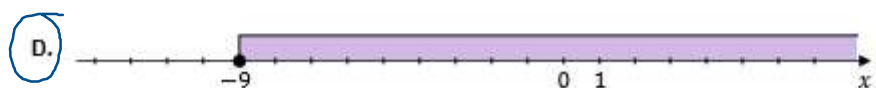
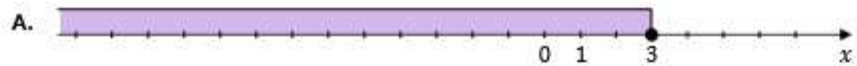


Zadanie 6. (0-1)

Dana jest nierówność

$$3 - 2(1 - 2x) \geq 2x - 17$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Brudnopis

$$3 - 2 + 4x \geq 2x - 17$$

$$2x \geq -18$$

$$x \geq -9$$



**Zadanie 9. (0–2)**

Zarząd firmy wydzielił z budżetu kwotę 1 200 000 złotych łącznie na projekty badawcze dla dwóch zespołów: A i B. W pierwszym półroczu realizacji tych projektów oba zespoły wykorzystały łącznie 146 700 złotych – zespół A wykorzystał 13% przyznanych mu środków, a zespół B wykorzystał 11% przyznanych mu środków.

Oblicz kwotę przyznaną zespołowi A na realizację projektu badawczego.  
Zapisz obliczenia.

9.

0-1-2

$$\begin{cases} A + B = 1\,200\,000 \\ 0,13A + 0,11B = 146\,700 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 11A + 11B = 13\,200\,000 \\ 13A + 11B = 146\,700\,00 \end{cases}$$
$$2A = 1\,470\,000$$
$$\underline{A = 735\,000\text{ zł}}$$

10.

Zadanie 10. (0-2)

0-1-2

Rozwiąż nierówność

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

Zapisz obliczenia.

$$6x^2 + 3 - 11x < 0$$

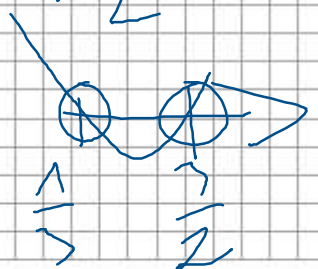
$$6x^2 - 11x + 3 < 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3$$

$$\Delta = 121 - 72$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = \frac{11 - 7}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{11 + 7}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$


$$x \in \left( \frac{1}{3}, \frac{3}{2} \right)$$

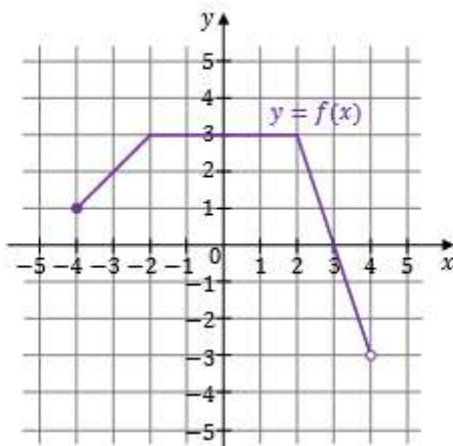


**Zadanie 11. (0–4)**

Funkcja  $f$  jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{dla } x \in [-4, -2] \\ 3 & \text{dla } x \in (-2, 2] \\ -3x + 9 & \text{dla } x \in (2, 4) \end{cases}$$

Wykres funkcji  $y = f(x)$  przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

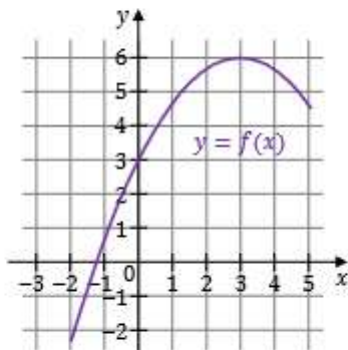
11.
0-1
2-3-4

- Dziedziną funkcji  $f$  jest przedział  $\langle -4, 4 \rangle$
- Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział  $\langle -3, 3 \rangle$
- Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości dodatnie, jest przedział  $\langle -4, 3 \rangle$
- Zbiorem wszystkich rozwiązań równania  $f(x) = 3$  jest przedział  $\langle -2, 2 \rangle$

Brdnopis																			

**Zadanie 12.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej  $f$  (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne  $(3, 6)$ . Ta parabola przecina oś  $Oy$  w punkcie o współrzędnych  $(0, 3)$ .



12.1.

**Zadanie 12.1. (0-2)**

0-1-2

Wyznacz wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia.

$$f(x) = a(x-p)^2 + q$$

$$f(x) = a(x-3)^2 + 6$$

$$3 = a(0-3)^2 + 6$$

$$3 = a \cdot 9 + 6$$

$$9a = -3$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 6$$









15.

## Zadanie 15. (0-3)

0-1-  
2-3Wyznacz wartość  $m$ , dla której trzywyrazowy ciąg

$$(2m + 11, m^2 + 3, 5 - m)$$

jest arytmetyczny i malejący. Zapisz obliczenia.

$$\frac{2m + 11 + 5 - m}{2} = m^2 + 3$$

$$m + 16 = 2m^2 + 6$$

$$2m^2 - m - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 81 = 9^2$$

$$m_1 = \frac{1 - 9}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$m_2 = \frac{1 + 9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\rightarrow \begin{aligned} 2(-2) + 11 &= -4 + 11 = 7 \\ (-2)^2 + 3 &= 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

$$m = \frac{5}{2}$$



**Zadanie 16. (0–1)**

Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)$  określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ , w którym  $a_1 = 27$  oraz  $a_2 = 9$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Czwarty wyraz ciągu  $(a_n)$  jest równy

A.  $\frac{1}{3}$

**B. 1**

C. 3

D. 729

Brudnopis

$q = \frac{1}{3}$   
 $a_4 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 27 \cdot \frac{1}{27} = 1$

**Zadanie 17. (0–1)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i spełnia warunek  $\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta  $\alpha$  jest równy

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$**

D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Brudnopis

$\sqrt{3} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \sin \alpha$  |  $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$   
 $\sqrt{3} = 2 \cos \alpha$   
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

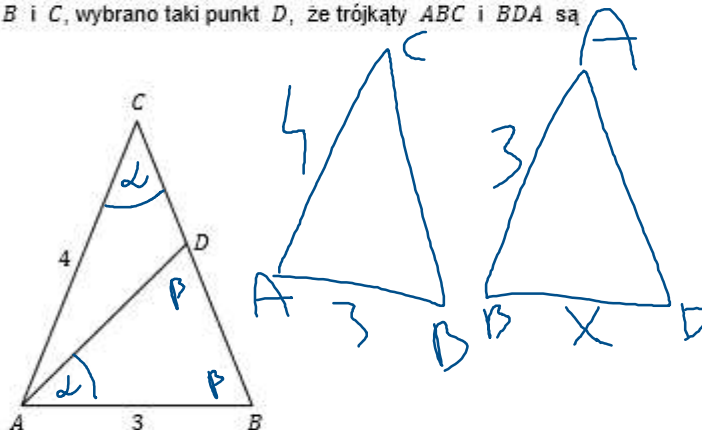




Zadanie 20. (0-1)

W trójkącie równoramiennym  $ABC$  dane są:  $|AC| = |BC| = 4$  i  $|AB| = 3$ .

Na boku  $BC$ , między punktami  $B$  i  $C$ , wybrano taki punkt  $D$ , że trójkąty  $ABC$  i  $BDA$  są podobne (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek  $BD$  ma długość

A. 2

B. 2,25

C. 2,5

D. 3

Brudnopis

$$\frac{4}{3} = \frac{3}{X}$$

$$4X = 9$$

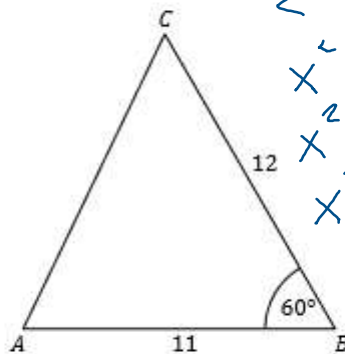
$$X = \frac{9}{4}$$

$$X = 2,25$$



Zadanie 21. (0-1)

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AB| = 11$ ,  $|BC| = 12$  oraz  $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$  (zobacz rysunek).



z tw cos  
 $x^2 = 11^2 + 12^2 - 2 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ$   
 $x^2 = 121 + 144 - 264 \cdot \frac{1}{2}$   
 $x^2 = 265 - 132$   
 $x^2 = 133$   
 $x = \sqrt{133} \approx 11,5$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt $ABC$ jest równoramienny.	P	<input checked="" type="radio"/> F
Pole trójkąta $ABC$ jest równe $33\sqrt{3}$ .	<input checked="" type="radio"/> P	F

Brdnopis

$$P = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ =$$

$$= 66 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 33\sqrt{3}$$

**Zadanie 22. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest kwadrat  $ABCD$ , w którym  $A = (4, -1)$ . Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie  $S = (1, 3)$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna kwadratu  $ABCD$  ma długość

A. 5

B. 7

C. 10

D. 14

Brudnopis

$$2 \cdot |AS| = 2 \sqrt{(4-1)^2 + (-1-3)^2} =$$
$$= 2 \sqrt{9 + 16} = 2 \cdot 5 = 10$$

**Zadanie 23. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  proste  $k$  oraz  $l$  są określone równaniami

$$k: y = (m - 2)x + 5$$

$$l: y = -4x + (m + 3)$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste  $k$  oraz  $l$  są równoległe, gdy liczba  $m$  jest równa

A.  $(-4)$

B.  $(-2)$

C. 2

D. 5

Brudnopis

$$m - 2 = -4$$
$$m = -2 + 2$$
$$m = -2$$



**Zadanie 24. (0–1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  punkt  $P = (0, 0)$  leży na okręgu  $\mathcal{O}$  o środku w punkcie  $S = (2, 4)$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg  $\mathcal{O}$  jest określony równaniem

A.  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 2\sqrt{5}$

B.  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$

C.  $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 2\sqrt{5}$

D.  $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$

Brudnopis

$$2^2 + 4^2 = x^2$$
$$x = \sqrt{20}$$
$$x = 2\sqrt{5}$$

Zadanie 25. (0-3)

Tworząca stożka ma długość 8. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę  $120^\circ$ .

25.

0-1-  
2-3

Oblicz objętość tego stożka. Zapisz obliczenia.

$r = 4\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot H =$   
 $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4\sqrt{3})^2 \cdot 4 =$   
 $= 64\pi$

$\triangle$   
 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

**Z własności trójkąta 30, 60, 90.**



Zadanie 26. (0-1)

Objętość sześcianu jest równa 729.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

A.  $9\sqrt{3}$

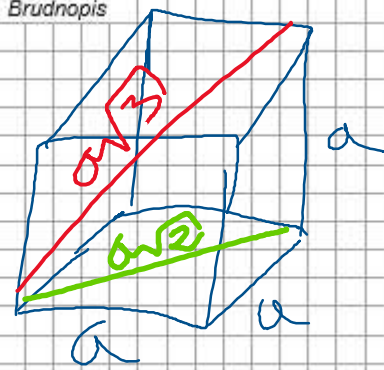
B.  $9\sqrt{2}$

C.  $3\sqrt{3}$

D.  $3\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} 729 \overline{) 3} \\ 243 \overline{) 3} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

Brudnopis



$$\begin{aligned} a^3 &= 729 \\ a &= 9 \end{aligned}$$

Zadanie 27. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jeden raz cyfra 0, jest

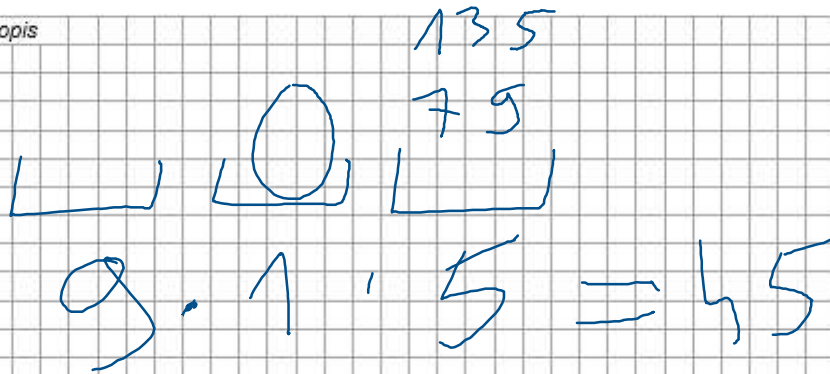
A. 45

B. 50

C. 54

D. 81

Brudnopis



**Zadanie 28. (0–1)**

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

Zdarzenie  $A$  polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie równa 11.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  jest równe

A.  $\frac{1}{36}$

B.  $\frac{6}{36}$

C.  $\frac{11}{36}$

D.  $\frac{2}{36}$

Bruďnopol

$$|\Omega| = 6 \cdot 6 = 36$$

$$A = \{(5, 6), (6, 5)\}$$

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

**Zadanie 29. (0–1)**

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb: 1, 2, 3, 4, 5,  $x$ ,  $y$ , jest równa 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma  $x + y$  jest równa

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Bruďnopol

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + x + y = 3 \cdot 7$$

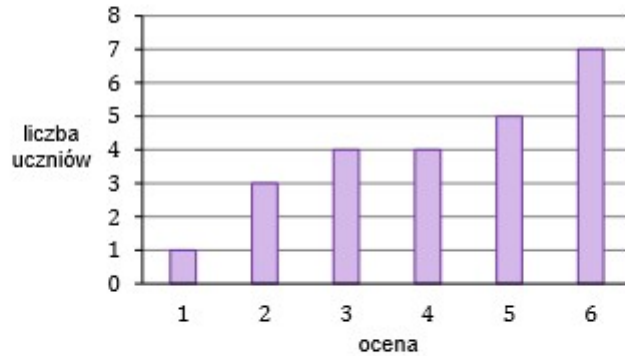
$$7$$

$$x + y = 6$$



**Zadanie 30. (0–2)**

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej liczącej 24 uczniów. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

30.
0–1–2

1. Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

... $4\frac{1}{2}$ ...

2. Dominanta ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

... $6$ ...

*Brdnopis*

Mediana:

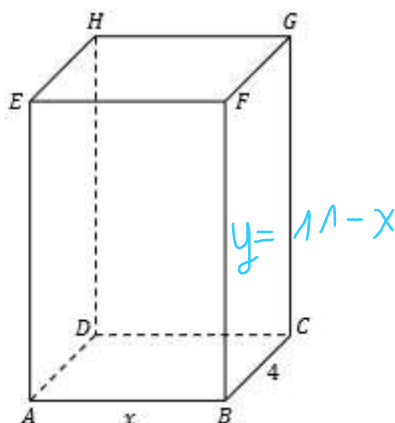
1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6.

$$\frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

**Zadanie 31. (0-4)**

Rozważamy wszystkie prostopadłościany  $ABCDEFGH$ , w których krawędź  $BC$  ma długość 4 oraz suma długości wszystkich krawędzi wychodzących z wierzchołka  $B$  jest równa 15 (zobacz rysunek).

Niech  $P(x)$  oznacza funkcję pola powierzchni całkowitej takiego prostopadłościanu w zależności od długości  $x$  krawędzi  $AB$ .



$$D: x \in (0, 11)$$

31.  
0-1-  
2-3-4

Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji  $P$ . Oblicz długość  $x$  krawędzi  $AB$  tego z rozważanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest największe. Zapisz obliczenia.

$$x + y + 4 = 15 \Rightarrow y = 11 - x \quad 11 - x > 0$$

$$x \in (0, 11)$$

$$P(x) = 2 \cdot x \cdot 4 + 2 \cdot x(11 - x) + 2 \cdot 4(11 - x) =$$

$$= 8x + 22x - 2x^2 + 88 - 8x = -2x^2 + 22x + 88 =$$

$$= 2 \cdot (-x^2 + 11x + 44)$$

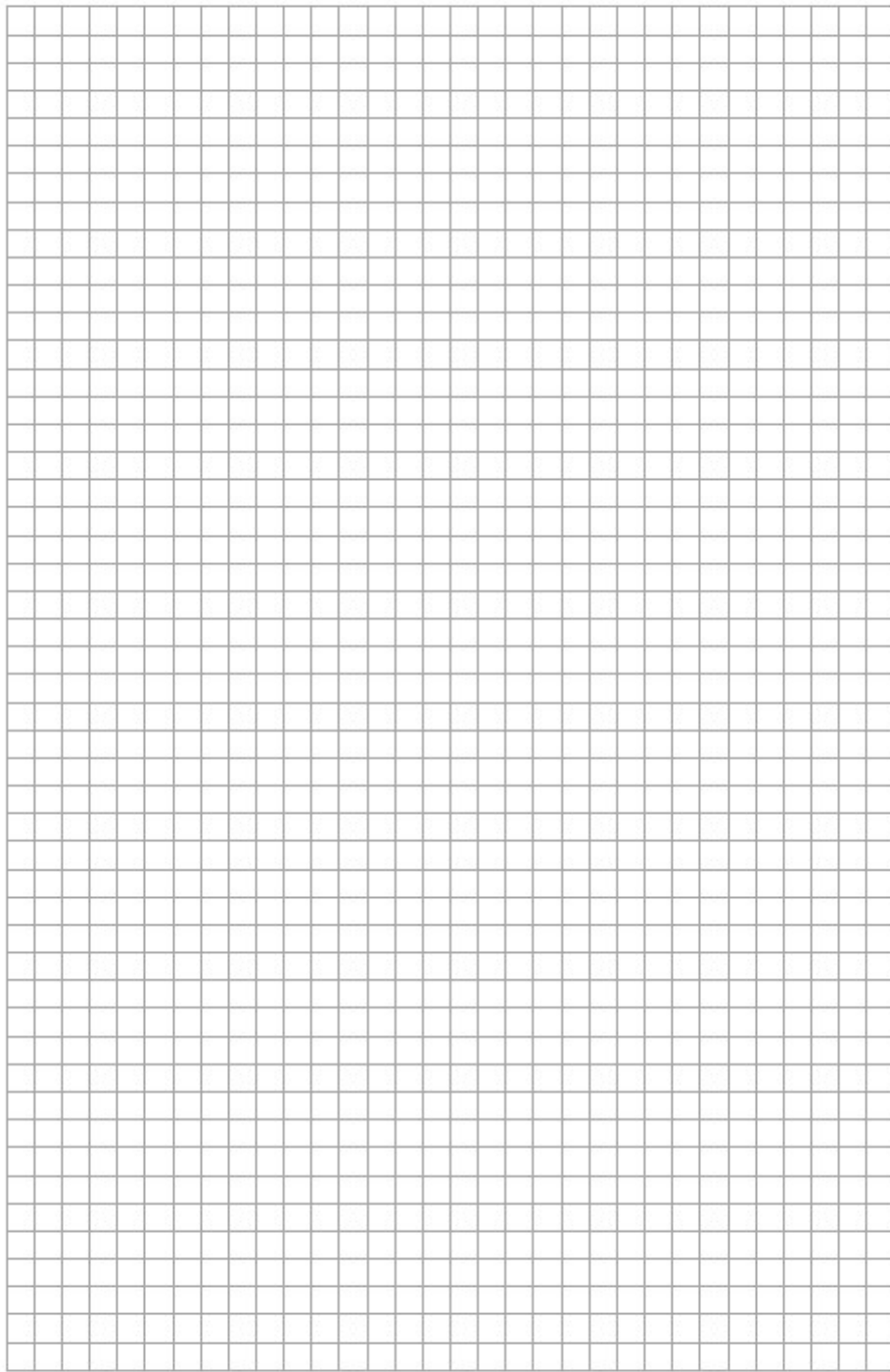
$$p = \frac{11}{2} = 5,5$$

**Długość  $x$  krawędzi  $AB$  wynosi 5,5**

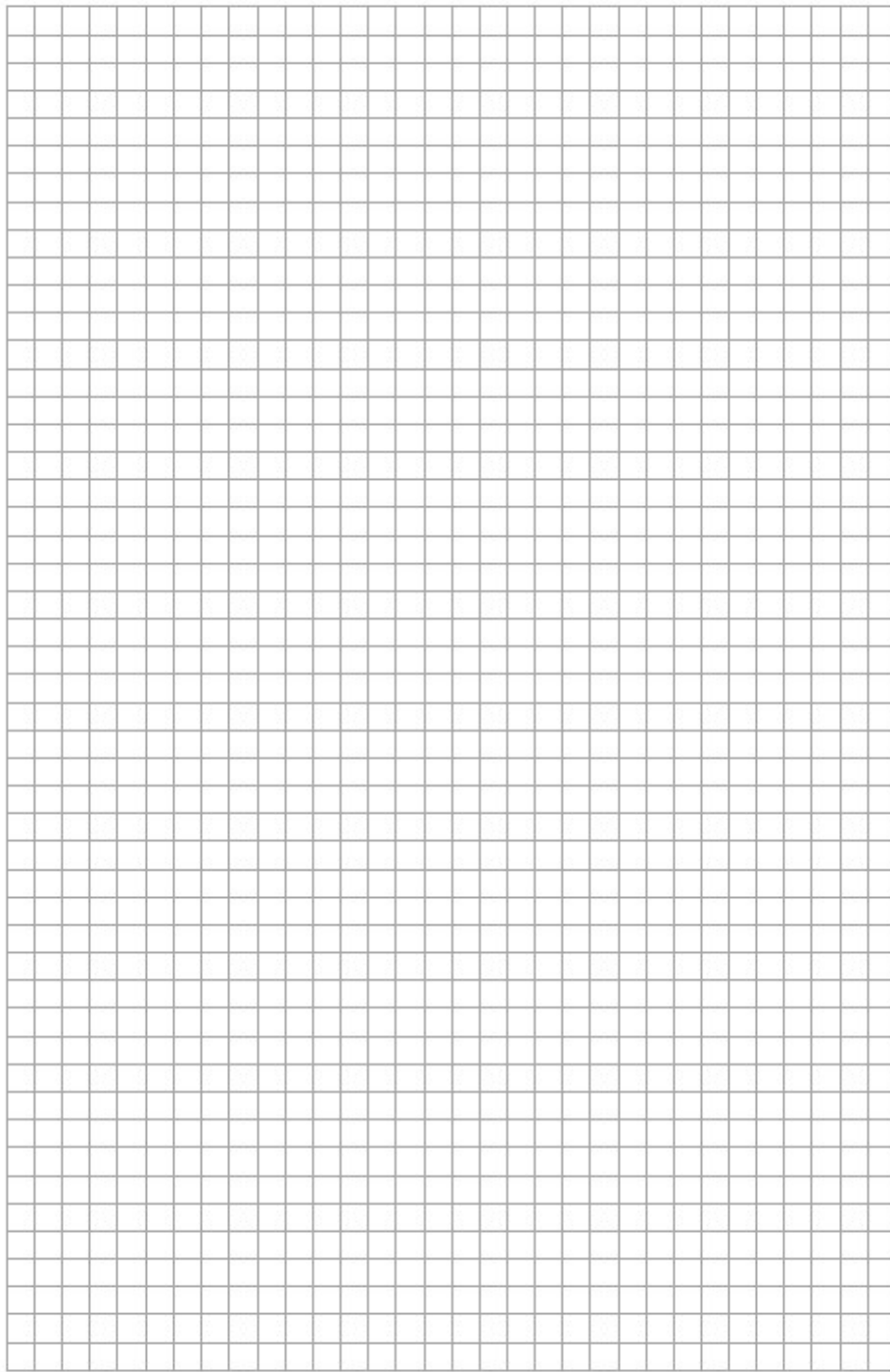
$$P\left(\frac{11}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{11}{2}\right)^2 + 22 \cdot \frac{11}{2} + 88 =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{121}{2} + \frac{11}{1} \cdot \frac{11}{1} + 88 = -\frac{121}{2} + 121 + 88 = 209 - 60,5 =$$

$$= 148,5$$





# MATEMATYKA

Poziom podstawowy

*Formuła 2023*



# MATEMATYKA

Poziom podstawowy

*Formuła 2023*



# MATEMATYKA

Poziom podstawowy

*Formuła 2023*

